



موضوع:

حرکت جریان مافوق صوت بر روی مخروط

استاد:

آقای دکتر روحی

تهیه کنندگان:

هادی دستورانی 8913466067

فرشاد رضایی 8913466056

بهار 90

در این پروژه، با استفاده از نرم‌افزار Fortran، مشخصات یک مخروط را با فرض جریان مافوق صوت بدست می‌آوریم.

در ابتدا یک عدد ماخ (M_1) و زاویه موج شوک (β) که در شکل بنام θ_s معرفی شده است) را حدس می‌زنیم، سپس با استفاده از رابطه زیر می‌توان θ را بدست آورد.

$$\tan \theta = 2 \cot \beta \left[\frac{M_1^2 \sin^2 \beta - 1}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \right]$$

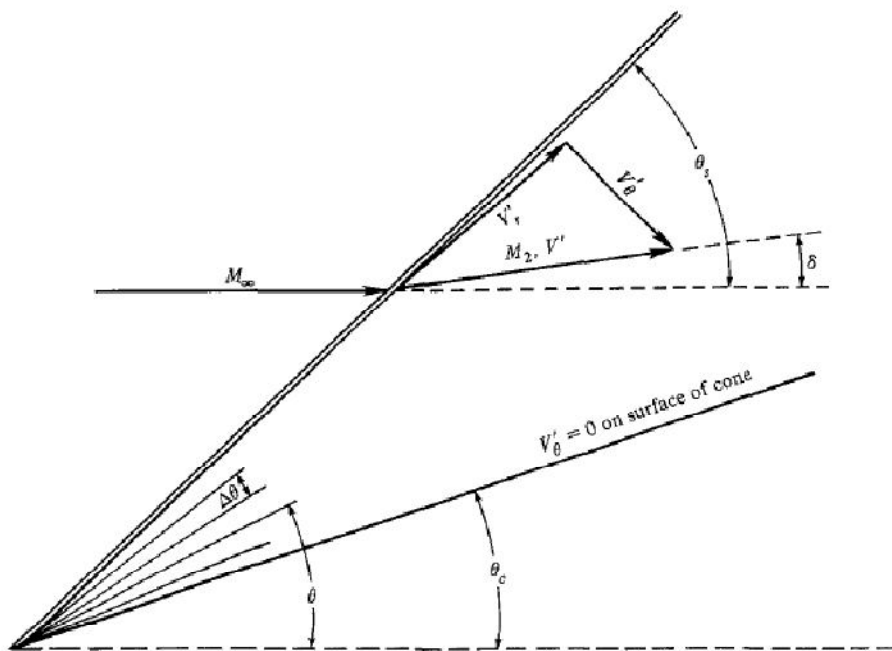
پس از بدست آوردن زاویه θ (که در شکل با δ نشان داده شده است) مقادیر M_2 ، M_{n2} ، M_{n1} را با کمک روابط زیر محاسبه می‌کنیم.

$$M_{n1} = M_1 \sin \beta$$

$$M_{n2}^2 = \frac{M_{n1}^2 + [2/(\gamma - 1)]}{[2\gamma/(\gamma - 1)]M_{n1}^2 - 1}$$

$$M_2 = \frac{M_{n2}}{\sin(\beta - \theta)}$$

با توجه به شکل زیر می‌خواهیم θ_c که همان زاویه مربوط به مخروط است را بدست آوریم.



با استفاده از رابطه زیر می توان مقدار سرعت V' را بدست آورد

$$V' = \left[\frac{2}{(\gamma - 1)M^2} + 1 \right]^{-1/2}$$

که M در اینجا همان M_2 میباشد.

با استفاده از V' و δ می توان مولفه های سرعت که شامل V'_θ, V'_r میباشند را بدست آورد.

در اینجا با حل معادله زیر با کمک روش رونگ-کوتا و استفاده از V'_θ, V'_r به عنوان شرط مرزی میتوان مقادیری برای θ_c بدست آورد.

$$\frac{\gamma - 1}{2} \left[1 - V_r'^2 - \left(\frac{dV_r'}{d\theta} \right)^2 \right] \left[2V_r' + \frac{dV_r'}{d\theta} \cot \theta + \frac{d^2V_r'}{d\theta^2} \right] - \frac{dV_r'}{d\theta} \left[V_r' \frac{dV_r'}{d\theta} + \frac{dV_r'}{d\theta} \frac{d^2V_r'}{d\theta^2} \right] = 0$$

در واقع برنامه به این صورت عمل می‌کند که از زاویه β (که در شکل بنام θ_s معرفی شده است)، با استپهای 0.001 کم می‌شود و این عمل ادامه پیدا می‌کند تا زمانی که مقدار مولفه نرمال v'_θ به صفر برسد (البته در برنامه بمنظور جلوگیری از افزایش زمان Run شدن بجای مقدار صفر از 0.001 استفاده شده است، چون با مقادیر کمتر از این، حلقه Do بسیار طولانی می‌شود).

زاویه‌ای که مولفه نرمال v'_θ به کمترین مقدار خود می‌رسد همان زاویه مخروط θ_c (البته نصف کل زاویه ان) می‌باشد.

با استفاده از روابط ایزنتروپیک زیر می‌توان نسبت‌های $P_0/P, T_0/T, \rho_0/\rho$ را بدست آورد.

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{1/(\gamma-1)}$$

در اینجا دو Run از برنامه را قرار می‌دهیم.

```

C:\Documents and Settings\GIGABYTE\Desktop\Supersonic Aerodynamic\conical\Debug\co...
Please Enter Minf<upstream Mach number>
2
Please Enter beta<shock angle [degrees]>
70
theta1 0.3859835
m2 0.4848091
N 1221
i 1043
y1(i) 0.3118041
thetaC 10.24049
Pc, Tc, Roc 1.174424 1.047008 1.121696
Fortran Pause - Enter command<CR> or <CR> to continue.
  
```

```
c:\ "C:\Documents and Settings\GIGABYTE\Desktop\Supersonic Aerodynamic\conical\Debug\co... - □ X
Please Enter Minf<upstream Mach number>
2
Please Enter beta1<shock angle [degrees]>
75
theta1 0.3402326
m2 0.4216926
N 1308
i 750
y1(i) 0.3161939
thetaC 32.02815
Pc,Tc,Roc 1.130110 1.035565 1.091298
Fortran Pause - Enter command<CR> or <CR> to continue.
-
```

همان طور که دیده می شود با افزایش زاویه β مقادیر P_0/P , T_0/T , ρ_0/ρ کمتر شده و بسمت 1 همگرا می-
شوند.

در این قسمت متن برنامه Fortran قرار داده شده است.

```
!*****  
!* Students: *  
!* Hadi Dastorani 8913466067 *  
!* Farshad Rezaie 8913466056 *  
!*****
```

```
program conical  
implicit none  
real,dimension(:),allocatable::theta,y1,y2  
!  
real,dimension(:,:),allocatable::  
real::Minf,theta1,beta1,beta,gamma,Mn1,Mn2,M2,Vp,Vpr,Vptheta  
real::K1,K2,K3,K4,h,f,v,a1,b1,c1,d1,thetaC,Pc,Tc,Roc,Mc  
integer::N,i,k  
!  
Read*,N  
Print*,"Please Enter Minf(upstream Mach number)"  
Read*,Minf  
Print*,"Please Enter beta1(shock angle [degrees])"  
Read*,beta1  
beta=beta1*180.0/3.141592
```

If(beta<=asin(1/Minf))Then

thetaC=0.0

Print*, " Please Enter another beta AND should beta>asin(1/Minf)"

go to 2

end if

gamma=1.4

theta1=atan((2/tan(beta))*(Minf**2*(sin(beta))**1-2)/(Minf**2

& *(gamma+cos(2*beta))+2))

Print*, 'theta1',theta1

Mn1=Minf*sin(beta)

Mn2=(Mn1**2+2/(gamma-1))/(2*gamma/(gamma-1)*Mn1**1-2)

M2=Mn2/sin(beta-theta1)

Vp=((2/(gamma-1)*M2**2)+1)**0.5

Vpr=Vp*cos(beta-theta1)

Vptheta=-Vp*sin(beta-theta1)

print*, 'm2',M2

!=====

h=0.001

```
N=(beta)/h
```

```
print*, 'N', N
```

```
Allocate(y1(0:N), y2(0:N), theta(0:N))
```

```
y1(0)=Vpr
```

```
y2(0)=Vptheta
```

```
! k=0
```

```
i=0
```

```
theta(0)=beta
```

```
DO
```

```
! k=k+1
```

```
i=i+1
```

```
theta(i)=beta-h*i
```

```
K1=h*((y2(i-1)**2*y1(i-1)-((gamma-1)/2)*(1-y1(i-1)**2-y2(i-1)**2))*
```

```
+ (2*y1(i-1)+y2(i-1)/tan(theta(i-1))))/
```

```
+ (((gamma-1)/2)*(1-y1(i-1)**2-y2(i-1)**2)-y2(i-1)**2))
```

```
! Print*, 'K1', K1
```

```
K2=h*((y2(i-1)**2*(y1(i-1)+0.5*K1)-((gamma-1)/2)*
```

```
+ (1-(y1(i-1)+0.5*K1)**2-y2(i-1)**2))*
```


+ (2*(y1(i-1)+0.5*K1)+y2(i-1)/tan(theta(i-1)+0.5*h))/
 + (((gamma-1)/2)*(1-(y1(i-1)+0.5*K1)**2-y2(i-1)**2)-y2(i-1)**2))

! Print*, 'K2', K2

K3=h*((y2(i-1)**2*(y1(i-1)+0.5*K2)-((gamma-1)/2)*
 + (1-(y1(i-1)+0.5*K2)**2-y2(i-1)**2))*
 + (2*(y1(i-1)+0.5*K2)+y2(i-1)/tan(theta(i-1)+0.5*h)))/
 + (((gamma-1)/2)*(1-(y1(i-1)+0.5*K2)**2-y2(i-1)**2)-y2(i-1)**2))

! Print*, 'K3', K3

K4=h*((y2(i-1)**2*(y1(i-1)+K3)-((gamma-1)/2)*
 + (1-(y1(i-1)+K3)**2-y2(i-1)**2))*
 + (2*(y1(i-1)+K3)+y2(i-1)/tan(theta(i-1)+h)))/
 + (((gamma-1)/2)*(1-(y1(i-1)+K3)**2-y2(i-1)**2)-y2(i-1)**2))

! Print*, 'K4', K4

$$y1(i)=y1(i-1)+(6.0/1.0)*(K2+1*K2+2*K3+K4)$$

$$y2(i)=(y1(i)-y1(i-1))/h$$

! Print*, 'y1(i)', y1(i)

! Print*, 'y2(i)', y2(i)

If(y2(i)>-0.01 .and.y2(i)<0.01) exit

END DO

thetaC=theta(i)*3.141592/180.0

Print*, 'i', i

print*, 'y1(i)', y1(i)

2 Print*, 'thetaC', thetaC

! p=p0/p

pc=(1+((gamma-1)/2)*M2**2)**(gamma/(gamma-1))

! Tc=T0/T

Tc=(1+((gamma-1)/2)*M2**2)

! Roc=Ro0/Ro

Roc=(1+((gamma-1)/2)*M2**2)**(1/(gamma-1))

print*, 'Pc, Tc, Roc', Pc, Tc, Roc

pause

end program conical

!=====